Les Pavages

Tous les polygones réguliers peuvent-ils paver le plan ?

Démarches scientifiques :

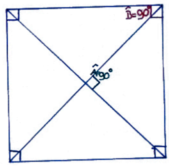
→ Identification des polygones réguliers de 3 à 12 côtés :

$n = 3$ → Triangle Équilatéral
$n = 4$ → Carré
$n = 5$ → Pentagone
$n = 6$ → Hexagone
$n = 7$ → Heptagone
$n = 8$ → Octogone
$n = 9$ → Nonagone
$n = 10$ → Décagone
$n = 11$ → Hendécagone
$n = 12$ → Dodécagone

→ Relation entre l'angle au centre et le nombre de côtés :

$$\boxed{\hat{A} = \frac{360}{n}}$$

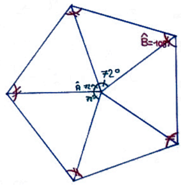
Avec : $\hat{A}$: Angle au centre
n : nombre de côtés



→ Relation entre l'angle au sommet et le nombre de côtés :

$$\boxed{\begin{aligned}\hat{B} &= 180 - \hat{A}\\ &= 180 - \frac{360}{n}\end{aligned}}$$

Avec : $\hat{B}$: Angle au sommet
n : nombre de côtés

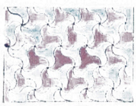


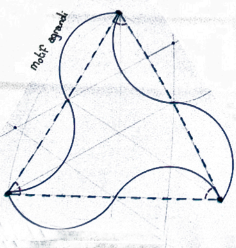
→ Propriété : Pour qu'un polygone régulier d'angle au sommet : $\hat{B} = 180 - \frac{360}{n}$, puisse paver un plan, il faut que la division de 360 par $\hat{B}$ soit un entier naturel.

Conclusion

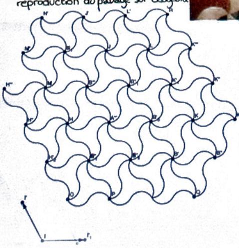
Il n'y a que le triangle ($n=3$), le carré ($n=4$), et l'Hexagone ($n=6$) qui pavent le plan.

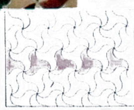
→ Pavage de l'Alhambra :





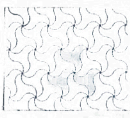
reproduction du pavage sur Geogebra





le motif peut être reproduit par translation

ou



rotation